

Rahmenrichtlinien für das Gymnasium gymnasiale Oberstufe

Mathematik

Gelten auch für Fachgymnasium,
Abendgymnasium und Kolleg

An der Überarbeitung der Rahmenrichtlinien für das Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe waren die nachstehend genannten Mitarbeiter beteiligt:

Hans-Georg Beckmann, Göttingen

Peter Bohne, Osnabrück

Eckart Dzick, Lüneburg

Hermann Haarmann, Hildesheim

Rolf-Eberhard Irrgang, Walsrode

Ulrich Müller-Menzel, Lüneburg

Günter Steinberg, Oldenburg

Dr. Horst Szambien, Hannover

Jürgen Wulfange, Hannover

Bei der Schlußredaktion im Niedersächsischen Kultusministerium wurden die Ergebnisse des gesetzlich vorgeschriebenen Anhörungsverfahrens eingearbeitet.

Herausgegeben vom Niedersächsischen Kultusministerium (Dezember 1990)

30159 Hannover, Schiffgraben 12

Diese Rahmenrichtlinien wurden nachträglich digitalisiert. Hieraus können sich optische Abweichungen gegenüber dem Original in der ursprünglichen Druckfassung ergeben.

Inhalt

Seite

1	Aufgaben des Faches Mathematik in der gymnasialen Oberstufe	4
2	Ziele des Unterrichts	6
3	Unterrichtsinhalte	8
3.1	Vorstufe ¹⁾	8
3.2	Kurstufe ²⁾	10
3.2.1	Analysis	10
3.2.2	Analytische Geometrie/Lineare Algebra.....	12
3.2.3	Stochastik	14
3.2.4	Weitere Themen	16
4	Unterrichtsorganisation	17
4.1	Vorstufe ¹⁾	17
4.2	Kurstufe ²⁾	17
4.3	Anordnung der Kurse	18
5	Unterrichtsverfahren	19
6	Lernkontrollen und Leistungsbewertung	20
6.1	Mitarbeit im Unterricht.....	20
6.2	Klausuren.....	21

¹⁾ Im Abendgymnasium und Kolleg ist die Bezeichnung „Vorstufe“ durch die Bezeichnung „Einführungsphase“ zu ersetzen.

²⁾ Im Abendgymnasium und Kolleg ist die Bezeichnung „Kurstufe“ durch die Bezeichnung „Kurssystem“ zu ersetzen.

1 Aufgaben des Faches Mathematik in der gymnasialen Oberstufe

Der Mathematikunterricht soll die Schülerinnen und Schüler zu exaktem Denken anleiten und ihnen rationale und objektive Betrachtungsweisen bewußtmachen. In der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen soll ein eigenständiges, konstruktives Problemlösungsverhalten entwickelt werden. Dabei soll die Kommunikations- und Kooperationsbereitschaft erweitert und die Fähigkeit, eigene Aussagen sprachlich genau zu formulieren, gefördert werden³).

Mathematik lernen die Schülerinnen und Schüler kennen, indem sie sich Zusammenhänge in mathematischen Teilgebieten erarbeiten; dabei sollen sie das Wechselspiel von Problem, Lösungsstrategie, Begriffsbildung, Vermutung, Beweis und Verallgemeinerung im Unterricht erfahren und erkennen, daß in der Mathematik Ergebnisse allein nach Regeln der Logik gewonnen werden. Durch übergreifende und strukturierende Begriffe, wie z. B. „Menge“, „Funktion“, „Abbildung“ oder „Gruppe“, können Bezüge zwischen Teilgebieten hergestellt und gemeinsame Strukturen aufgezeigt werden.

Kennzeichnend für die Entwicklung der Mathematik ist häufig die Wechselbeziehung zwischen Anwendungen und Theorie: Fragen aus der Praxis geben den Anstoß zur Suche nach Lösungen mit mathematischen Methoden. Die dadurch ausgelösten Forschungen können, über das Einzelproblem hinaus, zu neuen Theorien weiterentwickelt werden. Diese können ihrerseits auf andere Aufgabenstellungen anwendbar sein.

Der Unterricht sollte sich daher nicht ausschließlich an innermathematischen Aufgaben und an der Fachsystematik orientieren; die Beziehungshaltigkeit der Unterrichtsgegenstände muß deutlich werden. Hierbei lassen sich Probleme, die sich aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler ergeben, zur Motivation nutzen. Der Mathematikunterricht liefert auch Methoden, die auf Fragestellungen in anderen Fächern anwendbar sind.

Durch Eingehen auf historische Zusammenhänge wird das Verständnis für die Mathematik erweitert. So kann z. B. betrachtet werden, wie sich eine mathematische Idee entwickelt hat oder wie ein mathematisches Problem schrittweise bewältigt worden ist und wie sich dies auf die Entwicklung der Wissenschaft insgesamt ausgewirkt hat (etwa Entwicklung des Funktionsbegriffs, Erfassung des Unendlichen, Irrationalität, Parallelenaxiom und nichteuklidische Geometrien). Hierzu gehört auch die Behandlung von Leistungen und Denkweisen bedeutender Mathematiker.

³) Abendgymnasien, Kollegs und Fachgymnasien müssen die Unterbrechung der Schulbildung durch mehrjährige Berufstätigkeit sowie die unterschiedlichen schulischen Voraussetzungen berücksichtigen.

Geeignete mathematische Inhalte sollten unter philosophischen Fragestellungen vertieft werden. Die Schülerinnen und Schüler können dabei neben wesentlichen mathematischen Einsichten auch Einblicke in erkenntnistheoretische Aussagen und in geistesgeschichtliche Entwicklungen und Zusammenhänge gewinnen. Dabei sollen auch die Grenzen des mathematischen Denkens und der mathematischen Methoden aufgezeigt werden, um deutlich zu machen, daß die Mathematik nur einen Teilaspekt menschlichen Seins erfassen kann.

2 Ziele des Unterrichts

In diesem Abschnitt werden unter Berücksichtigung der in Abschnitt 1 genannten Aufgaben die Ziele beschrieben, die mit den in Abschnitt 3 angegebenen Sachgebieten erreicht werden sollen.

■ Die Schülerinnen und Schüler sollen über Grundwissen verfügen und Arbeitstechniken beherrschen.

Zum Grundwissen gehören:

- Definitionen
- Regeln und Formeln
- Axiome
- Sätze
- Beweise

Zu den Arbeitstechniken gehören:

- Überschlagsrechnung
- Anfertigung von Skizzen und Zeichnungen
- Ausführung von Algorithmen und Konstruktionen
- Umgang mit Lehrbüchern, Tabellen und Formelsammlungen
- Benutzung von Rechen- und Zeichenhilfsmitteln

■ Die Schülerinnen und Schüler sollen zur Beschreibung mathematischer Zusammenhänge und zur Lösung von Aufgaben bekannte Sachverhalte und geübte Arbeitstechniken selbständig auswählen, in Verbindung setzen und anwenden können.

Diese Forderung umfaßt auf der Basis des Grundwissens:

- allgemeine mathematische Aussagen an Beispielen erklären und veranschaulichen können
- Begriffe und Verfahren in neuen Beispielen und Aufgaben sinnvoll verwenden können

Bei der Bearbeitung von Aufgaben innerhalb bekannter Aufgabentypen sind folgende Fähigkeiten anzustreben:

- das mathematische Problem beschreiben und in die Fachsprache übertragen können
- Begriffe, Sätze und Verfahren bereitstellen können, die zur Lösung erforderlich sind
- Überschlagsrechnungen und Skizzen sinnvoll einsetzen können
- Rechenverfahren, Konstruktionen und Lösungskontrollen ausführen können
- die logische Struktur eines Lösungsablaufs beschreiben können

■ **Die Schülerinnen und Schüler sollen das Gelernte selbständig auf vergleichbare neue Situationen übertragen können.**

Bei der Bearbeitung neuer Aufgaben sind folgende Fähigkeiten anzustreben:

- bekannte Fragestellungen wiedererkennen können
- komplexe Fragestellungen in einzelne einfachere Fragen zerlegen können, ggf. vollständige Fallunterscheidungen als notwendig erkennen und durchführen können
- erarbeitete Begriffe, Sätze und Verfahren einsetzen können
- neue Aussagen gewinnen können
- Ergebnisse durch Vergleich mit bekannten Aussagen kritisch beurteilen können

Selbständigkeit im Lernprozeß ist dabei insbesondere durch folgende Fähigkeiten zu fördern:

- neue Lösungsstrategien und eigene Beweisführungen entwickeln können
- sinnvolle Verallgemeinerungen erkennen und formulieren können
- für ein außermathematisches Problem die Mathematisierbarkeit und deren Grenzen erkennen können

■ **Für den Mathematikunterricht sind auch Ziele zu setzen, die die Einstellung der Lernenden zur Mathematik und darüber hinaus ihre Persönlichkeitsbildung betreffen.**

Dazu gehören:

- Bereitschaft zur Beschäftigung mit mathematischen Problemen
- Beharrlichkeit bei der Bearbeitung mathematischer Aufgaben
- Sinn für gedankliche Klarheit und exakte Darstellung
- Bereitschaft und Fähigkeit zur sachbezogenen Zusammenarbeit mit anderen und zur kritischen Einschätzung der eigenen Leistung
- kritische Würdigung der Mathematik als Wissenschaft, die zur Bewältigung vieler Probleme beiträgt
- Einsicht, daß mathematische Methoden bei der Beschreibung der Umwelt und bei der Auseinandersetzung mit ihr häufig ergänzungsbedürftig oder gar unangemessen sind
- Anerkennen der fortschreitenden Leistung menschlichen Geistes in der Mathematik

In dieser Zusammenstellung der Ziele zeigt sich die Vielschichtigkeit und der Aspektreichtum mathematischer Qualifikationen. Für den Unterricht ist es wichtig, diesem weiten Spektrum anzustrebender Fähigkeiten gerecht zu werden; diese können nicht eindeutig den in Abschnitt 3 genannten Begriffen, Sätzen und Verfahren zugeordnet werden, vielmehr zeigen sich gleitende Übergänge.

So ist das **Verständnis für einen Begriff** nachzuweisen durch

- sachlich korrekte Wiedergabe der Definition
- Erläuterung, Veranschaulichung an Beispielen
- Einbettung in ein Begriffsnetz.

Das **Verstehen eines Satzes** zeigt sich in der Fähigkeit

- zu inhaltlich korrekter Wiedergabe
- zur Erläuterung oder Veranschaulichung an Beispielen
- zur Anwendung auf geeignete Probleme.

Das **Beherrschen eines Verfahrens** umfaßt die Fähigkeit

- zur Anwendung auf Beispiele und zu sachgerechter Beschreibung, auch im Rahmen einer allgemeinen Darstellung
- zum Erkennen der Reichweite bei Anwendungen
- zum wertenden Vergleichen mit anderen Verfahren.

3 Unterrichtsinhalte

Im folgenden werden Intentionen und Inhalte angegeben, die für den Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe verbindlich sind. Durch diese sollen die in den Abschnitten 1 und 2 genannten Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts erreicht werden⁴).

Mit der Aufzählung von Begriffen, Sätzen und Verfahren ist keine zeitliche Reihenfolge und kein bestimmtes methodisches Vorgehen festgelegt.

3.1 Vorstufe

Intention

Im Mittelpunkt des Mathematikunterrichts im 11. Schuljahrgang steht das Tangentenproblem. Der Ableitungsbegriff kann mit Hilfe von 'Folgen' oder mittels 'stetiger Ergänzung' erfaßt werden. Dabei ist der 'Grenzwert' als der grundlegende Begriff der Analysis zu erarbeiten. Die Definition des Grenzwertes muß soweit präzisiert werden, daß sie für den Analysisunterricht in der Kursstufe tragfähig ist. Eine Verbindung zu den propädeutischen Grenzwertbetrachtungen aus den Schuljahrgängen 7 bis 10 ist herzustellen.

Die in den Schuljahrgängen 7 bis 10 entwickelte Tangentenvorstellung soll mit der neu erarbeiteten Tangentendefinition verbunden werden. Dazu können Betrachtungen zum Begriffsnetz 'Kreis, Ellipse, Achsenstreckung, Tangente (Eigenschaften und Konstruktionen)' dienen. Überlegungen zur Achsenstreckung lassen sich dann bei der Ableitung von Funktionen der Art $x \mapsto f(ax + b)$ anwenden.

⁴) Im Abendgymnasium und Kolleg können die für die Vorstufe der gymnasialen Oberstufe und des Fachgymnasiums vorgeschriebenen Inhalte auf Einführungsphase und Kurssystem verteilt werden. Dabei sollen Schwerpunkte gebildet werden, wobei gewährleistet sein muß, daß die für die in der Kursstufe (Kurssystem) zu behandelnden Kerne der Sachgebiete die notwendigen Grundlagen bereitgestellt werden.

Inhalte

- Ableitung
 - Grenzwert, Steigung eines Funktionsgraphen als Grenzwert, Tangenten an Funktionsgraphen, Ableitung einer Funktion an einer Stelle
- Ableitungsfunktion
 - Ableitung der Funktionen
 - ganzrationale Funktionen (bis 4. Grades)
 - $x \mapsto |ax+b|$
 - $x \mapsto \frac{1}{ax+b}$
 - $x \mapsto \sqrt{ax+b}$
 - $x \mapsto \sin(ax+b)$
 - über jeweils maximaler Definitionsmenge
- Regeln zur Berechnung der Ableitungsfunktionen von
 - $x \mapsto k \cdot f(x)$ und $x \mapsto f(x) + g(x)$
 - Anwendung dieser Regeln auf die angegebenen Funktionen
- Untersuchung von Funktionen und ihren Graphen
 - Definitions- und Wertemenge, Symmetrie, ausgezeichnete Punkte (Achsen-schnittpunkte, Extrempunkte, Wendepunkte), Verhalten für $|x| \mapsto \infty$, Verhalten in der Umgebung einer Definitionslücke
 - Zusammenhänge zwischen Graphen von Funktionen und deren Ableitungsfunktionen
- Anwendungen (Beispiele aus der Geometrie sowie aus den Ingenieur- oder Wirtschaftswissenschaften)
 - Bestimmung von ganzrationalen Funktionen mit vorgegebenen Eigenschaften
 - Extremwertaufgaben mit Nebenbedingungen
 - Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsprozessen mit Hilfe von Folgen
 - Zwei der genannten Anwendungen sind zu behandeln.

3.2 Kursstufe

In jedem Kurs können Inhalte verschiedener Sachgebiete erarbeitet werden. Die Hinweise zur Unterrichtsorganisation in Abschnitt 4.3 sind zu beachten.

3.2.1 Analysis

Intention

Schwerpunkte des Analysisunterrichts in der Kursstufe sind

- Vertiefung und Erweiterung der Begriffe und Verfahren aus der Vorstufe zur Untersuchung weiterer Funktionen
- das Flächeninhaltsproblem
- die Reflexion infinitesimaler Prozesse.

Im Grundkurs kann diese Reflexion, im Wechselspiel von anschaulichem Erkennen und formalem Begründen, nur exemplarisch erfolgen (z. B. Nullstellensatz, bestimmtes Integral). Im Leistungskurs muß dieses in größeren Zusammenhängen stattfinden (z. B. Mittelwertsätze, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung).

Grundkurs

Kern

Differentialrechnung

- Ableitung der Potenzfunktion für ganzzahlige Exponenten, Produkt- und Quotientenregel
- Ableitung von rationalen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktion
- Untersuchung von Funktionen und ihren Graphen

Integralrechnung

- Bestimmtes Integral und seine Eigenschaften, geometrische Deutung
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung (Veranschaulichung an Beispielen)
- Berechnung von Flächeninhalten mit Hilfe von Stammfunktionen

Anwendung auf Probleme aus der Geometrie sowie aus den Natur-, Ingenieur- oder Wirtschaftswissenschaften

Als **Erweiterung** bieten sich u. a. folgende Themen an:

- Verkettung von Funktionen, Kettenregel
- Wurzelfunktionen, trigonometrische Funktionen
- Konvergenz, Stetigkeit, Differenzierbarkeit
- Kurvenscharen und Ortslinien
- Bogenlänge, Volumen, Schwerpunkt
- Krümmung und Krümmungskreise
- numerische Verfahren
- Differenzgleichungen

Leistungskurs

Kern

Differentialrechnung

- Stetigkeit, Differenzierbarkeit
- Ableitungsregeln für Summe, Produkt, Quotient, Umkehrung und Verkettung von Funktionen
- Ableitung von rationalen Funktionen, Wurzelfunktionen, trigonometrischen Funktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen
- Untersuchung von Funktionenscharen und ihren Graphen

Integralrechnung

- Bestimmtes Integral und seine Eigenschaften, geometrische Deutung, Integrierbarkeit
- Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- Berechnung von Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen, partielle Integration, Integration durch Substitution, Berechnung von Flächeninhalten, uneigentliche Integrale

Anwendung auf Probleme aus der Geometrie sowie aus den Natur-, Ingenieur- oder Wirtschaftswissenschaften

Als **Erweiterung** bieten sich u. a. folgende Themen an:

- Mittelwertsätze
- Kurvenscharen, Ortslinien
- Bogenlänge, Oberfläche, Volumen, Schwerpunkte
- Untersuchung ebener Kurven in Parameterdarstellung - auch Darstellung in Polarkoordinaten
- Krümmung, Krümmungskreise
- Reihen, Reihenentwicklung
- einfache Differentialgleichungen mit Anwendungen
- numerische Verfahren
- Differenzengleichungen

3.2.2 Analytische Geometrie/Lineare Algebra

Intention

Im Kurs 'Analytische Geometrie/Lineare Algebra' sollen das Schnittverhalten und die metrischen Beziehungen von linearen Gebilden des Anschauungsraumes untersucht werden.

Dabei werden geeignete Rechenverfahren der Vektoralgebra entwickelt und auf neue Problemstellungen angewendet. Diese Verfahren werden exemplarisch mit bereits bekannten geometrischen Lösungsmethoden verglichen.

Um im Leistungskurs die Struktur 'Vektorraum' thematisieren zu können, ist neben dem geometrischen ein weiteres Modell eines Vektorraumes zu erarbeiten.

Im Leistungskurs und im Grundkurs können die Themen des Kerns so angeordnet werden, daß ein geometrisch oder ein algebraisch orientierter Schwerpunkt gebildet werden kann; dadurch wird die Zielsetzung vorrangig auf Aspekte der Analytischen Geometrie oder auf solche der Linearen Algebra gerichtet.

Grundkurs

Kern

- Vektoren im Anschauungsraum;
Darstellung von Vektoren durch Zahlentripel in einem Orthonormalsystem, Addition von Vektoren, Skalar-Multiplikation, Lineare Abhängigkeit
- Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen im Raum; rechnerische Bestimmung der Schnittmenge und geometrische Interpretation
- Standardskalarprodukt; Betrag eines Vektors, Normalform, Abstands- und Winkelberechnungen

Als **Erweiterung** bieten sich u. a. folgende Themen an:

- Vektorprodukt mit Anwendungen
- Lagebeziehung zwischen Kugel und Ebene
- Schnitt von Kegel und Ebene
- Darstellung ausgewählter Abbildungen mit Hilfe von Matrizen
- Lineare Gleichungssysteme mit mehr als drei Variablen
- Lineares Optimieren bei Problemen mit mehr als zwei Variablen
- Modelle von Vektorräumen

Leistungskurs

Kern

- Vektoren im Anschauungsraum, Darstellung und Lagebeziehungen von Punkten, Geraden und Ebenen
- Standardskalarprodukt, Normalenform, Abstands- und Winkelberechnungen, Beschreibung von Kugeln und Kreisen⁵⁾
- Vektorprodukt mit Anwendungen⁵⁾
- Lineare Gleichungssysteme
- Vektorraum über \mathbb{R} als algebraische Struktur; lineare Abhängigkeit, Basen und Dimension

Als **Erweiterung** bieten sich u. a. folgende Themen an:

- Skalarprodukte, Anwendungen in den behandelten Modellen
- Lineare Optimierung, Simplex-Methode
- Schnitt von Kegel und Ebene
- Matrizen und Determinanten
- Affine Abbildungen und ihre Darstellung durch Matrizen
- Automorphismen/Endomorphismen von Vektorräumen
- Vektorräume über endlichen Körpern

⁵⁾ Im Abendgymnasium und Kolleg sind die Inhalte „Beschreibung von Kugeln und Kreisen“ und „Vektorprodukt mit Anwendungen“ nicht verbindlich, sie können behandelt werden.

3.2.3 Stochastik

Intention

Im Unterricht werden stochastische Modelle entwickelt und ihre Beziehung zur Erfahrungswelt untersucht.

Im Grundkurs liegt der Schwerpunkt im Umgang mit Zufallsgrößen, die zur mathematischen Erfassung komplexer Situationen dienen, und in der Anwendung der Binomialverteilung als einer grundlegenden diskreten Verteilung.

Im Leistungskurs rücken Begriffs- und Theoriebildung stärker in den Vordergrund. Ein Schwerpunkt ist die Beschreibung diskret verteilter Größen durch stetige Funktionen.

Anwendungen dienen als Ausgangspunkt für die Theoriebildung und als Prüfstein für die Brauchbarkeit der gewonnenen Theorie.

Grundkurs

Kern

- Laplace'scher Wahrscheinlichkeitsbegriff und seine Grenzen
- Unabhängigkeit; Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Binomialverteilung und ihre Kenngrößen;
Anwendung der Binomialverteilung;
ein Verfahren der beurteilenden Statistik

Als **Erweiterungen** bieten sich u. a. folgende Themen an:

- Beschreibende Statistik (Mittelwert, Streuung, Regression, Korrelation)
- Monte-Carlo-Methode
- Anwendungen anderer Verteilungen (Poissonverteilung, Normalverteilung mit Hilfe von Tabellen)
- Markow-Ketten
- weitere Verfahren der beurteilenden Statistik

Leistungskurs

Kern

- Begriff der Wahrscheinlichkeit; bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit
- Zufallsgrößen, Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung, Tschebyscheff-Ungleichung
- Binomialverteilung und ihre Kenngrößen; Schwaches Gesetz der großen Zahlen
- Normalverteilung und Approximation der Binomialverteilung durch die Standardnormalverteilung
- Anwendungen von Binomial- und Normalverteilung; ein Verfahren der beurteilenden Statistik

Als **Erweiterungen** bieten sich u. a. folgende Themen an:

- Beschreibende Statistik (Mittelwert, Streuung, Regression, Korrelation)
- Monte-Carlo-Methode
- weitere spezielle Verteilungen, z. B. Poissonverteilung, Hypergeometrische Verteilung, Exponentialverteilung
- Markow-Ketten
- weitere Verfahren der beurteilenden Statistik

3.2.4 Weitere Themen

In einer Kursfolge können sowohl die angegebenen Erweiterungen als auch andere Themen behandelt werden.

Themen sind z. B.:

- Numerische Mathematik und ihre Anwendungen
- Differentialgleichungen
- Elementare Zahlentheorie
- Nicht-Euklidische Geometrie
- Kugelgeometrie
- Projektive Geometrie
- Komplexe Zahlen
- Aufbau des Zahlensystems
- Algebraische Strukturen
- Kombinatorik
- Mathematische Aspekte der theoretischen Informatik
- Ideengeschichte der Mathematik

Die Hinweise zur Unterrichtsorganisation in Abschnitt 4.3 sind zu beachten.

4 Unterrichtsorganisation

4.1 Vorstufe

Für den Unterricht im **Pflichtbereich** sind in 3.1 Intentionen und Inhalte angegeben. Es ist anzustreben, für alle Schülerinnen und Schüler dieser Jahrgangsstufe gleiche Lernvoraussetzungen für die Mitarbeit in der Kursstufe zu schaffen. Dazu müssen bei der inhaltlichen Planung auch Schreib- und Sprechweisen durch die Fachkonferenz schuleinheitlich festgelegt werden. Um den Schülerinnen und Schülern eine Hilfe für die Wahl ihrer Leistungsfächer zu geben, sollte der Unterricht so gestaltet werden, daß in geeigneten Phasen die Arbeitsweisen von Leistungs- und Grundkursen deutlich werden.

Werden **Ausgleichskurse** angeboten, um bei Schülerinnen und Schülern Defizite in Kenntnissen und Fertigkeiten im Fach Mathematik auszugleichen, **muß** sich der Unterricht an den Anforderungen des Pflichtbereichs orientieren.

Projektkurse sind an Sachproblemen orientiert und können fächerübergreifend sein. Die Arbeit in diesen Kursen kann deutlich machen, daß mathematische Verfahren auch in anderen Fachgebieten erfolgreich angewendet werden können.

4.2 Kursstufe

In **Grundkursen** sollen die fachspezifischen Kenntnisse und Fähigkeiten erworben werden, die zu einer allgemeinen Studierfähigkeit erforderlich sind. An geeigneten Beispielen wird ein Einblick in die charakteristischen Methoden und Denkweisen der Mathematik vermittelt. Problemstellungen, Ergebnisse und Anwendungsmöglichkeiten der Mathematik werden exemplarisch behandelt, zugehörige praktische Lösungsverfahren erarbeitet und eingeübt. In jedem Grundkurs müssen die inhaltliche Konzeption und das Anspruchsniveau so geplant werden, daß jede Kursfolge mit einer Abiturprüfung abgeschlossen werden kann.

In **Leistungskursen** sollen die Schülerinnen und Schüler mit den für die Mathematik charakteristischen Methoden und Denkweisen vertraut gemacht werden. In überschaubaren Zusammenhängen wird dabei ein Netz von Begriffen und Sätzen entwickelt. Dabei ist auch der Anwendungsbezug zu beachten. Die Schülerinnen und Schüler sollen grundlegende Arbeitstechniken beherrschen und verstärkt zur selbständigen Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen und zur Beschäftigung mit komplexeren Problemen herausgefordert werden. Eine Überforderung in Stoffumfang und Anspruchshöhe muß jedoch vermieden werden.

Sowohl in Grundkursen als auch in Leistungskursen können die Kursinhalte sachgebietsübergreifend sein, um die Erarbeitung der in 3.2 angegebenen verbindlichen Inhalte und die Vorbereitung auf die Abiturprüfung zu erleichtern.

In der Kursstufe können wie in der Vorstufe Projektkurse angeboten werden.

4.3 Anordnung der Kurse

Die Fachkonferenz legt Kursfolgen fest. Dabei sind Kurse mit Inhalten aus der Analysis und aus einem der Sachgebiete Analytische Geometrie/ Lineare Algebra oder Stochastik verbindlich. In den gewählten Sachgebieten müssen die in 3.2 als Kern aufgeführten Inhalte bis zum Ende des dritten Kurshalbjahres behandelt worden sein.

Wird eines dieser Sachgebiete länger als ein Halbjahr unterrichtet, müssen Erweiterungen oder ein anderes Thema (vgl. 3.2.4) in angemessenem Umfang bearbeitet werden. Die Belegungsverpflichtungen der Schülerinnen und Schüler, auch von Wiederholerinnen und Wiederholern, sind bei der Planung von Kursfolgen zu beachten.

Bei der Anordnung der Inhalte und der Auswahl der Anwendungen sollten Wünsche anderer Fächer angemessen berücksichtigt werden.

5 Unterrichtsverfahren

Im Mathematikunterricht sollen die Schülerinnen und Schüler angeleitet werden, Erkenntnisse selbständig zu gewinnen. Dazu setzt die Lehrerin bzw. der Lehrer geeignete **Unterrichtsformen** ein und gestaltet die unterrichtliche Arbeit so, daß auch Spontaneität herausgefordert und intuitiven Denkansätzen Raum gegeben wird. Dabei ist zu beachten, daß die Erfahrungsbereiche der Schülerinnen einerseits und der Schüler andererseits sich unterscheiden können.

In der Vorstufe müssen die Schülerinnen und Schüler im Unterricht ihre individuellen Neigungen erkennen und lernen, ihre Leistungsfähigkeit einzuschätzen. Nur so können sie sich bewußt für die Fortsetzung des Mathematikunterrichts in einem Leistungs- oder Grundkurs entscheiden.

In **Übungen und Wiederholungen** sind erworbene Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zu sichern, verfügbar zu halten und zu vertiefen. Dabei sollen auch neue Bedeutungszusammenhänge bereits behandelter Inhalte aufgezeigt werden. Eine wichtige Form der Übung ist die **Hausaufgabe**⁶⁾. In der Kursstufe, insbesondere in Leistungskursen, erhalten komplexere Arbeiten, wie z. B. umfangreichere Hausaufgaben und Referate, größeres Gewicht. Sie erstrecken sich über längere Zeiträume und werden ggf. in Gruppen bearbeitet.

Unterrichtsmedien sollen den Lernprozeß fördern. Sie können Schülerinnen und Schüler für mathematische Fragestellungen motivieren und ihnen Einsichten in mathematische Sachverhalte und Zusammenhänge erleichtern. Sie sollen das eingeführte Schulbuch sinnvoll ergänzen. Zu den Unterrichtsmedien gehören auch Tabellen, Formelsammlungen sowie Darstellungen und Quellen aus der Geschichte der Mathematik und Materialien zu Anwendungen aus Arbeitswelt und Technik.

Der **Einsatz von Taschenrechnern und Computern** schafft neue Lehr- und Lernmöglichkeiten, insbesondere bei der Behandlung numerischer Probleme. Der Computer kann verwendet werden, wenn seine numerischen und graphischen Möglichkeiten zum Tragen kommen, z. B. bei Funktionsuntersuchungen, der näherungsweise Lösung von Differentialgleichungen, der Verarbeitung größerer Datenmengen, bei Veranschaulichung von Konvergenzprozessen, Problemlösungen mit hohem Rechenaufwand sowie im Bereich der experimentellen Mathematik. An geeigneten Stellen sollen dabei auch prinzipielle Grenzen des Computers als endlichem Automaten aufgezeigt werden.

Viele der notwendigen Rechnungen lassen sich bereits mit dem Taschenrechner durchführen. Auf den sinnvollen Gebrauch von Rechenhilfsmitteln ist besonders zu achten (Überschlags- und Kontrollrechnungen, Darstellung der Lösungswege, Bewertung der Ergebnisse).

Hinsichtlich der Erwartung, mit dem Computer neue Bereiche für die Schule zu erschließen, ist die weitere Entwicklung, für die auch der Mathematikunterricht offen sein muß, kritisch zu beobachten.

⁶⁾ Vgl. Erlaß „Hausaufgaben an den allgemeinbildenden Schulen“ (Erl. d. MK v. 31.10.1977 - Gült. 152/203 – SVBl. S. 317).

6 Lernkontrollen und Leistungsbewertung⁷⁾

Lernkontrollen sollen einerseits den Schülerinnen und Schülern Rückmeldung über ihren Lernstand geben und andererseits der Lehrerin bzw. dem Lehrer zeigen, wie weit die angestrebten Ziele erreicht sind.

In die Leistungsbewertung gehen die beiden Bereiche

- Mitarbeit im Unterricht und
- Klausuren

etwa gleichgewichtig ein.

Damit für die Schülerinnen und Schüler die Bewertung durchsichtig wird, soll die Lehrerin bzw. der Lehrer die Kriterien der Leistungsbewertung erläutern und die individuellen Leistungsstände zu geeigneten Zeitpunkten im Unterricht mitteilen.

Die Lehrerinnen und Lehrer informieren gemäß § 77 NSchG die Erziehungsberechtigten über die Grundsätze der Leistungsbewertung.

6.1 Mitarbeit im Unterricht

Leistungsbeurteilung verlangt über punktuelle Lernkontrollen und die Bewertung einzelner Leistungen hinaus ein intensives Beobachten des gesamten Lernprozesses.

Zur Bewertung der Mitarbeit im Unterricht sind sowohl die mündlichen als auch die neben den Klausuren erbrachten schriftlichen Leistungen heranzuziehen.

Zu den mündlichen Leistungen zählen u. a.:

- Erläutern von Lösungen
- Zusammenfassen und Darstellen von erarbeiteten Sachverhalten
- Durchdringen und Absichern erkannter Sachverhalte, z. B. durch Verknüpfen mit schon vorhandenen Kenntnissen
- Einbringen von selbsterarbeiteten Sachverhalten in den Unterricht
- Vortragen von Referaten
- Einbringen eigenständiger Beiträge, z. B. Formulieren intuitiv erfaßter Zusammenhänge und weiterführender Fragen

Zu den schriftlichen Leistungen im Rahmen der Mitarbeit im Unterricht zählen u. a.:

- Ausarbeitungen, z. B. Vervollständigen von Lösungen und Beweisen
- Erstellen von Programmen zu Problemen aus dem Unterricht
- Kurzfassungen von Referaten
- kurze Tests

⁷⁾ Grundsätzliche Aussagen zu den Lernkontrollen und zur Leistungsbewertung finden sich in der „Verordnung über die gymnasiale Oberstufe und das Fachgymnasium (VO-GOF)“ und den „Ergänzenden Bestimmungen zur Verordnung über die gymnasiale Oberstufe und das Fachgymnasium (EB-VO-GOF)“ in der jeweils gültigen Fassung (zuletzt i.d.F. der Änderungsverordnung vom 28.04.1988 - Nds. GVB. S. 63 und SVB. S. 156).

6.2 Klausuren

In den Klausuren wird überprüft, inwieweit die Schülerinnen und Schüler die Ziele des Kurses oder eines Kursabschnitts erreicht haben und wieweit sie in der Lage sind, dieses Wissen mit bereits früher erworbenem zu verbinden.

Die Anforderungen in den Klausuren beziehen sich schwerpunktmäßig auf die Ziele des Kurses oder des Kursabschnittes; entsprechend der Arbeit im Unterricht sollten aber auch übergreifende Inhalte angesprochen werden.

Um eine Klausur angemessen zu gestalten, empfiehlt es sich, die in 2 angegebenen Ziele entsprechend den Bestimmungen der „Einheitlichen Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung im Lande Niedersachsen, Mathematik“ zu drei Anforderungsbereichen zusammenzufassen. Die Aufgaben einer Klausur sind so auszuwählen, daß für die Klausur insgesamt die Anforderungen aus den drei Bereichen in bezug auf den jeweiligen Lernstand in einem ausgewogenen Verhältnis zueinander stehen.

Der Text einer Klausur ist so zu gestalten, daß für die Schülerinnen und Schüler die Aufgabenstellung und der erwartete Bearbeitungsumfang deutlich werden. Die Bearbeitungszeiten für die einzelnen Teile der Klausur sollten etwa gleichgewichtig gewählt werden, andernfalls sollen die unterschiedlichen Bearbeitungszeiten für die Schülerinnen und Schüler erkennbar sein. Die Teilaufgaben sollen möglichst unabhängig von vorangegangenen Ergebnissen lösbar sein; dieses kann unter Umständen auch durch die Mitteilung von Zwischenergebnissen erreicht werden. Der Umfang einer Klausur und die zur Verfügung stehende Zeit sind so aufeinander abzustimmen, daß bei angemessenem Arbeitstempo alle Aufgaben sorgfältig bearbeitet werden können.

Für die Bewertung einer Klausur sind die inhaltliche Richtigkeit, die Vollständigkeit, die Schlüssigkeit der Darstellung und der Gebrauch der mathematischen Fachsprache maßgeblich. Mängel in der Gliederung, Ungenauigkeiten in den Zeichnungen, unzureichende oder falsche Bezüge zwischen der Rechnung, dem Text und den Abbildungen sind als fachliche Fehler zu werten. Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form können zu einem Abzug von bis zu zwei Punkten führen.

Insgesamt soll auch bei der Bewertung möglichst frühzeitig eine Annäherung an das Verfahren bei der Abiturprüfungsarbeit erfolgen.